A-010

他個体を参照した進化的アルゴリズムによる巡回セールスマン問題の解法
Evolutionary Algorithm Referring Other Individuals for Traveling Salesman Problem

佐藤 豊浩 † 穴田 一 ‡
Toyohiro Sato Hajime Anada

1. はじめに

巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem, TSP) は，配送計画やスケジューリングなどの現実問題に直結しているため，重要性の高い問題とされている．しかし，問題規模の増加に伴う解候補数の増加が指数的であるため，最適解を現実的な時間内で総当たりにより求めることは困難である．そのため，近似解を高精度かつ高速に求める研究が盛んに行われている．

既存研究には，自然界に存在する生物の習性や進化をモデル化することで，問題の近似解を求める方法が数多く存在する．それらの方法は進化的計算や進化的アルゴリズムなどと呼ばれ，その中でも遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) [1] と差分進化 (Differential Evolution, DE) [2] は様々な最適化問題に対して優れた性能を持つ進化的アルゴリズムである．しかし，これらのアルゴリズムを TSP に対して適切に機能させるためには，それぞれの解探索過程に様々な工夫を必要とする [3] .

本研究では，GA と DE が有する解探索過程を収束性や多様性の観点から取り入れた，TSP の近似解を高精度かつ高速に求める新たな進化的アルゴリズム参照進化 (Referential Evolution, RE) を構築した．そして，TSPLIB [4] に掲載されているベンチマーク問題を使用して提案手法の有効性を確認した．

2. 提案手法

本研究では，GA と DE が有する解探索過程を収束性や多様性の観点から取り入れた，TSP の近似解を高精度かつ高速に求める新たな進化的アルゴリズム参照進化 (Referential Evolution, RE) を構築した．

2.1 RE の解探索過程

1975 年に提案された GA は，生物の進化や遺伝をモデル化したアルゴリズムである [1]．GA が有する解探索過程の優れた点として，選択と交叉による遺伝子の収束が挙げられる．これにより，問題の解候補である個体群の中から評価の高い個体の遺伝子が優先して受け継がれる．したがって，個体群内に優秀な遺伝子が積み重なり，良い解の近傍を集中的に探索することが出来る．また 1997 年に提案された DE は，解空間上に存在する様々な個体の位置関係を利用したベクトルの差分により解空間を探索するアルゴリズムである [2]．DE が有する解探索過程の優れた点として，突然変異個体による解探索方向の多様化が挙げられる．これは，個体群の位置関係を利用したベクトルの差分により，新たな個体を生成することで，個体群のバラつきや収束に合わせて解探索方向を多様化させることが出来る．加えて，GA と DE のアルゴリズムは，最適化の対象となる問題の解空間の構造に依存しないため様々な最適化問題に利用可能である．しかし，これらのアルゴリズムを TSP に対して適切に機能させるためには，それぞれの解探索過程に様々な工夫を必要とする [3] .

最適化問題の近似解を高精度かつ高速に求めるためには，解探索過程に個体群の収束性と解探索方向の多様性をバランス良く取り入れる必要がある．そこで本研究では，TSP の近似解を高精度かつ高速に求めることを目的として，他個体を参照することで個体群の収束性と解探索方向の多様性を取り入れた新たな進化的アルゴリズム RE を構築した．提案手法では，各個体の近傍を多様な方向に探索する．そのために，進化する個体が他個体を参照することで，新たな経路を候補として加えて，それらの経路を重ね合わせる．そして，それぞれの個体の優先度合いに従い経路の集合から新たに巡回経路を構築する．このとき，参照する他個体やその優先度合いを調整することで，解探索方向の多様性と個体群の収束性をバランス良く取り入れることが出来る．

2.2 RE のアルゴリズム

以下に RE のアルゴリズムを示す．

i. **初期個体群の生成**
初期個体群として，m個の個体X^kを生成する．X^kはランダムに構築した巡回経路であり，X_{ij}^kは都市iから都市jを訪問するとき 1 の値を取り，訪問しないとき 0 の値を取る．ここで，kは個体番号 ($k=1,\ldots,m$)，mは個体数，iとjは都市番号 ($i,j=1,\ldots,n$)，nは問題の都市数である．

ii. **評価**
各個体の巡回経路を経路長により評価する．

iii. **終了判定**
ステップtが予め設定した反復上限t_{max}に達したとき，個体群から評価が最も良い個体を選び，解として出力してアルゴリズムを終了する．

iv. **選択個体X^sの選択**
個体群から無作為に選択個体X^sを選ぶ．

v. **報酬Vの付与**
選択個体と無作為に選ばれた個体の巡回経路を利用して，互いの経路と経路の間の経路に報酬Vを付与する．そのために，各経路を方向ベクトルとして扱い，互いの個体の経路から合成ベクトルの計算を行う．そして，合成ベクトルにより経路間の経路に報酬付与を行う．報酬Vを参照することで個体群以外の要素を解探索に取り入れることが可能となる．以下に報酬Vの付与の手順を示す．

1. **ランダム個体X^rの選択**
個体群から無作為にランダム個体X^rを選ぶ．

† 東京都市大学大学院 工学科
‡ 東京都市大学 知識工学部

2.　合成ベクトルの計算

X^sとX^rの巡回経路のうち，ある都市lを訪問する経路X^s_{al}, X^s_{lb}とX^r_{cl}, X^r_{ld}を利用して合成ベクトルを計算する．ここで，a,bはX^sが都市lの前後に訪問する都市，c,dはX^rが都市lの前後に訪問する都市である．そして，各経路を都市lが始点，もう一方の都市を終点とする方向ベクトルとして扱い，次式により合成ベクトル$\overrightarrow{v_l}$を4パターン生成する．

$$\overrightarrow{v_{l1}} = F * \overrightarrow{X^s_{la}} + (1-F) * \overrightarrow{X^r_{lc}} \quad (1)$$
$$\overrightarrow{v_{l2}} = F * \overrightarrow{X^s_{la}} + (1-F) * \overrightarrow{X^r_{ld}}$$
$$\overrightarrow{v_{l3}} = F * \overrightarrow{X^s_{lb}} + (1-F) * \overrightarrow{X^r_{lc}}$$
$$\overrightarrow{v_{l4}} = F * \overrightarrow{X^s_{lb}} + (1-F) * \overrightarrow{X^r_{ld}}$$

ここで，FはX^sの比率を示すパラメータである．このとき，$\overrightarrow{v_{l1}}$はX^s_{la}とX^r_{lc}を$(1-F): F$で内分する方向ベクトルとなり，互いの経路と経路の間の方向を表す．

3.　経路間の経路に報酬付与

$\overrightarrow{v_{l1}}$の終点に最も近い都市uと都市lの経路の報酬量V_{lu}, V_{ul}の値を1増加させる．同様に$\overrightarrow{v_{l2}}, \overrightarrow{v_{l3}}, \overrightarrow{v_{l4}}$から報酬付与を行う．都市$l$を他の都市に変更して，全ての都市についても同様に合成ベクトルの計算を行い，経路間の経路に報酬付与を行う．

vi.　相違個体X^dの選択

個体群からX^sと経路の重複が最も少ない相違個体X^dを選ぶ．X^dはX^sと解空間上で距離が最も離れた個体であり，参照することで効率良く個体群内の要素を解探索に取り入れる．

vii.　進化個体Eの構築

X^sとVとX^dの経路を重ね合わせ，次式により経路集合Gを生成する．

$$G_{ij} = X^s_{ij} + \alpha V_{ij} + \beta X^d_{ij} \quad (2)$$

ここで，α, βはX^d, Vの経路の優先度合いを示すパラメータである．このとき，α, βを 1 未満の値で設定することでGはX^sの近傍を表す．そして，Gに含まれる経路から進化個体Eを構築する．初めに無作為に都市iを選び，次にGに含まれる経路ijを選択する．経路ijの選択確率p_{ij}は次式により定義される．

$$p_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_{h=1}^{n} w_{ih}} \quad (3)$$
$$w_{ij} = \frac{G_{ij}}{{d_{ij}}^{\gamma}}$$

ここで，d_{ij}は経路ijの経路長，γは経路長の影響度合いを示すパラメータであり，選択された経路はEの経路となる．そして，再び無作為に都市iを選び直し，経路の選択を繰り返すことでEの巡回経路を構築する．このとき，個体群以外の要素を持つ可能性がある報酬Vと個体群内でX^sと最も異なる要素を持つX^dが解探索方向を多様化させる．また，選択可能な経路が存在しない場合は，例外処理として一時的にTSPの制約条件を満たす全ての経路の重みw_{ij}を次式により定義して，Gに含まれない経路も選択可能とする．

$$w_{ij} = \frac{1}{{d_{ij}}^{\gamma}} \quad (4)$$

viii.　更新

X^sよりEの評価が良い場合X^sをEで更新する．そして，$t \leftarrow t+1$として ii へ戻る．

3. 評価実験

TSPLIB [4] に掲載されているベンチマーク問題を使用して，求めた解の精度より提案手法の有効性を確認した．問題は att48，eil51，st70，eil76，kroA100，ch130，kroA150, rat195，tsp225，a280，rat575 を使用した．提案手法のパラメータは，予備実験より様々な問題に対して解を高精度に求められた値で，$m = 100$，$F = 0.3$，$\alpha = 0.005$，$\beta = 0.1$，$\gamma = 2$，t_{max}は各問題で個体群が十分に収束可能なステップ数に決定した．各問題を 50 試行した結果を次の表 1 に示す．但し，rat575 は 1 試行した結果である．

表 1 の平均値より，提案手法は殆どの問題において最適解を求めることが確認された．しかし，問題規模の増加に対して解探索に掛かる平均ステップの増加が大きくなることが確認されたため，解を高速に求める工夫が必要であると考えられる．

表 1 : ベンチマーク問題の結果

問題	opt	平均値	平均ステップ
att48	33522	33522.0	7034.9
eil51	426	426.0	5354.1
st70	675	675.0	12242.2
eil76	538	538.0	10647.4
kroA100	21282	21282.0	9985.3
ch130	6110	6110.0	60817.8
kroA150	26524	26524.0	32039.1
rat195	2323	2323.2	51202.7
tsp225	3916	3916.0	115630.8
a280	2580	2580.0	42666.0
rat575	6773	6774.0	3686240.0

4. おわりに

本研究では他個体を参照した新たな進化的アルゴリズム RE を構築した．そして，評価実験によりベンチマーク問題の解が高精度に求まることが確認された．しかし、爆発的に解空間が複雑になる大規模な問題を解くためには，解探索に掛かる平均ステップを抑える必要がある．解決案として，個体数や他個体の経路の優先度合いなどのパラメータの調整，報酬付与方法の検討，相違個体以外の参照個体の検討が挙げられる．

今後の課題として，さらに大規模な問題（具体的には 1000 都市以上の問題）に対する精度の確認，アルゴリズムのオーダーや計算時間についての検証などが挙げられる．

参考文献

[1] J. H. Holland : “Adaptation in Natural and Artificial Systems”，The MIT Press (1975)

[2] R. Storn，K. Price : “Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces”，Journal of Global Optimization，vol.11，pp.341-359 (1997)

[3] 山村雅幸，小野貴久，小林重信 : “形質遺伝を重視した遺伝的アルゴリズムに基づく巡回セールスマン問題の解法”，人工知能学会誌，Vol.7，No.6，pp.1049-1059 (1992)

[4] TSPLIB，http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/