LJ-009

単一周波数平面スペクトル拡散を利用した時間同期外し耐性を持つ動画電子透かし

Temporal Desynchronization-resistant Video Watermarking using Single Frequency Plane Spread Spectrum

山本 奏 † 　中村 高雄 † 　片山 淳 † 　安野 貴之 †
Susumu Yamamoto　Takao Nakamura　Atsushi Katayama　Takayuki Yasuno

1. はじめに

コンテンツ保護を目的とした電子透かし技術に対する攻撃の一つに同期外しがある．動画像電子透かしに固有の課題として，時間同期が議論されてきた[1]．時間同期外しにはシーン切り取り等により生じる時間方向シフト，フレームレートを変更する時間方向スケーリング，フレームドロップ等によって生じる位相歪の 3 種があるが，これらの中で第一に対処すべきものは，通常の動画処理で容易に発生し得る時間シフトである．動画像に通常付加されているフレームレート情報を用いればおおよその時間方向スケーリングは補正でき，極端な位相歪は動画像としての品質を損なわせるから，スケーリングと位相歪については小さな程度のものに対処すれば十分であると考える．

従来の時間シフト同期手法には，単純な網羅的探索の他，3 次元離散フーリエ変換（DFT）係数の絶対値のような位相不変量を利用する手法[2][3]，冗長かつ周期的な透かし鍵系列を用いる手法[1]などがあったが，処理コストが大きい，拡散系列長を長くしにくい，単一フレーム画像から電子透かしを検出できることが前提であるなどの問題があった．

本稿では，これらの問題を解決する時間シフト耐性を持つ電子透かし手法を提案し，提案手法による電子透かし検出の信頼性が，従来手法を理論的に上回ることを確認する．提案手法では，3 次元離散フーリエ変換（DFT）係数の単一時間周波数の平面内で空間方向に拡散して埋め込まれた複素数系列の相関値を用い，時間シフトに影響されない電子透かし検出を行う．提案手法は探索によらないため高速である一方，網羅的探索手法と理論的に等価な信頼性を持ち，DFT 係数絶対値を用いる従来手法より信頼性の高い電子透かし検出が可能であることが，ROC 曲線の比較により確かめられた．

以下，2. で時間シフトに耐性を持つ電子透かし方法を提案し，3. で提案手法の検出信頼性を分析し従来手法と比較し，4. でまとめを述べる．

2. 時間シフト耐性を持つ動画電子透かし

以下では，提案手法の概念について述べた後，これを用いた動画像電子透かし方法を提案する．

2.1 単一周波数平面スペクトル拡散による電子透かし

提案手法では，複素数の擬似乱数列を，図 1 に示すように動画像の DFT 係数の単一の時間周波数を持つ平面 $\mathcal{P}$ 上から選択した係数値 $f_1, f_2, \ldots, f_L$ に埋め込み，複素数の相関値を計算することで検出を行う．

埋め込む擬似乱数列を $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1 \xi_2 \cdots \xi_L)^\top \in \boldsymbol{C}^L$，埋め込み対象の係数値を $\boldsymbol{f} = (f_1 f_2 \cdots f_L)^\top \in \boldsymbol{C}^L$，埋め込み後の係数値を $\boldsymbol{g} = (g_1 g_2 \cdots g_L)^\top \in \boldsymbol{C}^L$ とすると，

$$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{f} + \boldsymbol{\xi} \tag{1}$$

と表せる．ただし，$\boldsymbol{C}$ は複素数全体の集合である．これは埋め込み情報を，時間方向周波数には拡散せず，空間方向周波数においてのみスペクトル拡散を行って埋め込むことを意味する．ここで，図 1 の平面 $\tilde{\mathcal{P}}$ 上の $\tilde{f}_i$ は，f_i に対する原点対称位置の係数であり，実信号に対するフーリエ係数の対称性のため，$\tilde{f}_i$ には対応する共役複素数を埋め込む．

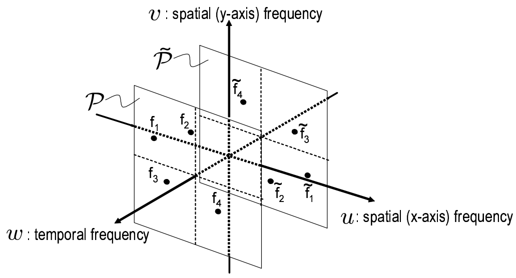


図 1: 単一時間周波数平面への拡散系列埋め込み

動画像に対し所定の時間シフト Δt が与えられたとき，DFT の性質から同一の時間周波数の DFT 係数には等しい位相変位 $\Delta\theta = 2\pi\Delta t/T$ （T は時間周波数に対応する周期）が加わり，結果，係数値 $\boldsymbol{g}$ は $\boldsymbol{g}' = \boldsymbol{g}e^{\jmath\Delta\theta}$ へと変化する．

検出時には，$\boldsymbol{g}' = (g'_1 g'_2 \cdots g'_L)^\top$ とし，$\boldsymbol{g}'$ と $\boldsymbol{\xi}$ の次のような相関値を計算する．

$$\begin{aligned}\lambda &= \boldsymbol{g}' \cdot \boldsymbol{\xi}^* \\ &= (\boldsymbol{f} + \boldsymbol{\xi})e^{\jmath\Delta\theta} \cdot \boldsymbol{\xi}^* \\ &= (\boldsymbol{f} \cdot \boldsymbol{\xi}^* + |\boldsymbol{\xi}|^2)e^{\jmath\Delta\theta}\end{aligned} \tag{2}$$

ここで $\boldsymbol{\xi}^*$ は $\boldsymbol{\xi}$ の各要素の共役複素数からなるベクトルであり，$\cdot$ はベクトルの内積を表す．

$\boldsymbol{f}$，$\boldsymbol{\xi}$ が独立で L が十分大きければ，$\boldsymbol{f} \cdot \boldsymbol{\xi}^*$ の期待値は 0 で，

$$\lambda \approx |\boldsymbol{\xi}|^2 e^{\jmath\Delta\theta} \tag{3}$$

となる．従って，λ の絶対値が十分大きいとき，$\boldsymbol{\xi}$ が埋め込まれていたと判断できる．また λ の偏角 $\Delta\theta$ から時間シフト量 Δt を算出することもできる．

2.2 電子透かし方法の構成

前節で述べた性質に基づいて時間シフトに耐性のある電子透かし方法（図 2）を構成する．

2.2.1 埋め込み

単一の時間周波数の DFT 係数に拡散系列を埋め込む．

†日本電信電話株式会社 NTT サイバースペース研究所, NTT Cyber Space Laboratories, NTT Corporation

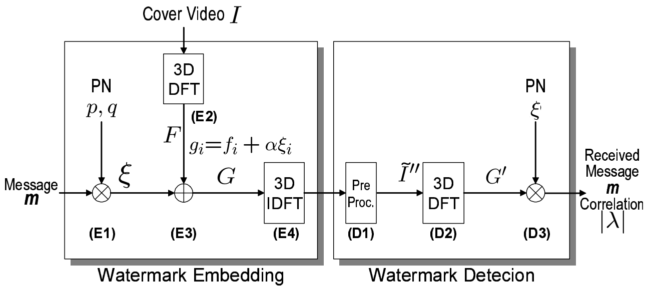


図 2: 提案する電子透かし方法

(E1) 埋め込み情報のスペクトル拡散

$\{-1, 1\}$ を等確率でとり，L 以上の周期を持つ二つの擬似乱数列 $\boldsymbol{p} = \{p_i\}, \boldsymbol{q} = \{q_i\}(1 \leq i)$ を用意し，ℓ bit の埋め込み情報 $m(0 \leq m < 2^\ell)$ に応じた長さ L の複素数列 $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_i\}(1 \leq i \leq L)$ を生成する．

$$\xi_i = \xi_i^{\langle m \rangle} = p_{i+m} + \jmath q_{i+m} \tag{4}$$

ただし $\jmath$ は虚数単位である．

(E2) 離散フーリエ変換

入力動画像 $I(x, y, t)$ を $M \times M \times T$ の大きさのブロックに分割し，各々3 次元 DFT し複素 DFT 係数配列 $F(u, v, w)$ を得る．

$$F(u, v, w) = \mathcal{F}\{I(x, y, t)\} \tag{5}$$

(E3) 拡散系列の埋め込み

$F(u, v, w)$ の $w = 1$ 平面上の係数値のみから選ばれた L 個の係数値 $f_1, f_2, \ldots, f_L$ に $\boldsymbol{\xi}$ の各要素を埋め込み $g_1, g_2, \ldots, g_L$ を得る．f_i の原点対称位置の係数値 $\tilde{f}_i$ には対応する共役複素数を埋め込む．その他の係数値は変更しない．

$$\begin{cases} g_i = f_i + \alpha\xi_i \\ \tilde{g}_i = \tilde{f}_i + \alpha\xi_i^* \end{cases} \tag{6}$$

$*$ は複素共役を表し，α は埋め込み強度である．埋め込みの結果得られた DFT 係数配列を $G(u, v, w)$ とする．

(E4) 逆離散フーリエ変換

$G(u, v, w)$ を 3 次元逆 DFT し，透かし入り動画像 $I'(x, y, t)$ を生成する．

$$I'(x, y, t) = \mathcal{F}^{-1}\{G(u, v, w)\} \tag{7}$$

手順 (E3)(E4) は手順 (E2) で得られた全てのブロックに対して行う．

上記の手順で，電子透かしは入力動画像に加法的に埋め込まれるため，手順 (E2) で入力動画像を DFT する代わりに，あらかじめ手順 (E3)(E4) に習って生成された透かし成分を表すパターン $W(x, y, t)$ を入力動画像に加算重畳するようにしてもよい[4]．

2.2.2 検出

拡散系列との複素相関値により電子透かしを検出する．

(D1) 前処理/ブロック加算

透かし成分を強調するようフィルタ処理した長さ $N \times T$ フレームの入力動画像 $I''(x, y, t)$ を，$M \times M \times T$ の大きさのブロックに区切り加算重畳して $\tilde{I}''(x, y, t)(0 \leq x, y < M, 0 \leq t < T)$ を得る．

$$\tilde{I}''(x, y, t) = \sum_{\substack{s_x = 0, M, 2M, \ldots \\ s_y = 0, M, 2M, \ldots \\ s_t = 0, T, 2T, \ldots}} I''(x + s_x, y + s_y, t + s_t) \tag{8}$$

(D2) 離散フーリエ変換

$\tilde{I}''(x, y, t)$ を 3 次元 DFT し $G'(u, v, w)$ を求める．

$$G'(u, v, w) = \mathcal{F}\{\tilde{I}''(x, y, t)\} \tag{9}$$

(D3) 複素相関計算

$G'(u, v, w)$ の，手順 (E3) に対応する位置の係数値を $g'_1, g'_2, \ldots, g'_L$ とする．可能性のある全ての m について $\{g'_i\}$ と複素数列 $\boldsymbol{\xi}^{\langle m \rangle}$ の下記の相関値 λ を計算し，λ の絶対値 $|\lambda|$ が最大となるものを選択する．$|\lambda|$ が所定の閾値 λ_{thr} 以上である場合に埋め込み情報 m が正しく検出できたものとみなす．

$$\lambda = \frac{1}{2L} \sum_{i=1}^{L} g'_i \xi_i^{\langle m \rangle *} \tag{10}$$

埋め込みに用いる DFT 係数の時間周波数は $w = 1$ に限られているため，手順 (E2)(E4) および (D2) の 3 次元 DFT 処理は，空間方向の 2 次元 DFT と時間方向の 1 次元 DFT を用いて高速に計算できる[3]．さらに，この 1 次元 DFT は $w = 1$ に対する部分的な演算のみで済む．

3. 検出信頼性の分析

提案手法と従来手法の検出信頼性を比較するため，電子透かし検出に関する受信者動作特性曲線（ROC 曲線）を作成する．ROC 曲線は，検出の閾値を変化させたときに電子透かしが埋め込まれていないのに埋め込まれていると判定する確率（false positive）P_f と，電子透かしが埋め込まれているのに埋め込まれていないと判定する確率（false negative）P_m との関係を示す曲線であり‡，電子透かし手法の検出信頼性比較に用いることができる[5]．

ここでは単純化のため，$\ell = 0$，すなわち埋め込み情報 m は一通りのみで，電子透かし信号が埋め込まれているか否かだけを判定する電子透かし方法を考える．$\ell > 0$ の場合には ROC 曲線は変化するが，手法間の相対関係は変化しない§．

3.1 提案手法の検出信頼性

今，所定の閾値 λ_{thr} に対して P_f と P_m を考える．

$$\begin{cases} P_f(\lambda_{\mathrm{thr}}) &= P(|\lambda| \geq \lambda_{\mathrm{thr}} | H_0) \\ P_m(\lambda_{\mathrm{thr}}) &= P(|\lambda| < \lambda_{\mathrm{thr}} | H_1) \end{cases} \tag{11}$$

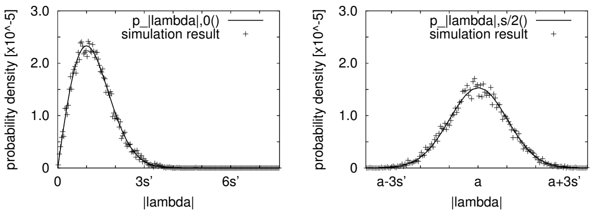
ここで H_0 は透かしが埋め込まれていない事象，H_1 は実際に透かしが埋め込まれている事象を表す．以下で λ の定義から P_f，P_m の値を計算する．

電子透かしの埋め込み後に $\Delta\theta$ の位相変位が加えられた動画像から検出する場合を考えると，手順 (D3) の g'_i は次式で表せる．

$$g'_i = (f_i + \alpha\xi_i)e^{\jmath\Delta\theta} \tag{12}$$

‡ROC 曲線は，P_m の代わりに true positive の確率 P_d と P_f の関係で表される場合もあるが，全体の意味は変わらない

§$\ell > 0$ の場合は，試行回数が増えることを考慮して本節の結果を利用することで P_f，P_m を求められる．



(a) $\alpha = 0$　　(b) $\alpha = \sigma/2$

図 3: シミュレーションによる $|\lambda|$ の分布

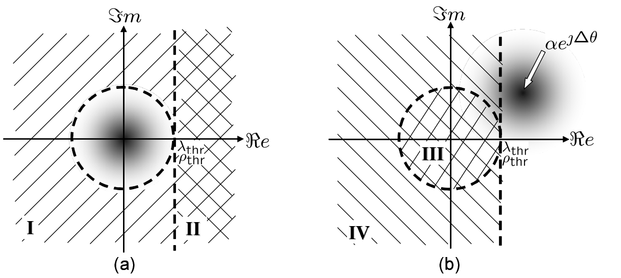


図 4: ガウス平面上の λ の分布と P_f，P_m の領域

これを式 (10) に代入し，さらに f_i が平均 μ，分散 σ^2¶のランダムな複素数値をとると仮定すると，L が十分大きいとき λ は平均 $\alpha e^{\jmath\Delta\theta}$，実部，虚部の分散が $\sigma'^2 = (\sigma^2 + |\mu|^2)/(4L)$ の複素ガウス分布に従い，その絶対値 $|\lambda|$ の確率密度関数 $p_{|\lambda|}(|\lambda|)$ は次式で表せる‖.

$$p_{|\lambda|,\alpha}(|\lambda|) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi\sigma'^2} e^{-\frac{|\lambda|^2+\alpha^2-2\alpha|\lambda|\cos\varphi}{2\sigma'^2}} |\lambda| d\varphi \quad (13)$$

実際の動画像を用い，電子透かしなし ($\alpha = 0$) および電子透かしあり ($\alpha = \sigma/2$) の場合に検出を試み，得られた $|\lambda|$ の頻度分布をそれぞれ図 3(a)，(b) に示す．図中の実線は式 (13) の値を数値計算により求めた結果を表し，$|\lambda|$ の頻度分布が式 (13) に一致することが確認された．なお，図中の lambda，a，s，s' はそれぞれ $\lambda, \alpha, \sigma, \sigma'$ を表す．

図 4 は λ の分布をガウス平面上に模式したものである．図 4 の (a) は電子透かしが埋め込まれていない場合，(b) は電子透かしが埋め込まれている場合であり，円形の濃淡が確率密度の大小を表す．

図 4(a) において，P_f は原点から半径 $\lambda_{\rm thr}$ 以上の領域（I）の確率の総和に相当し，以下のように表せる．

$$P_f(\lambda_{\rm thr}) = \int_{\lambda_{\rm thr}}^{\infty} p_{|\lambda|,0}(r) dr \quad (14)$$

一方 P_m は，図 4(b) において原点から半径 $\lambda_{\rm thr}$ 未満の領域（III）の確率の総和に相当し，以下のように表せる．

$$P_m(\lambda_{\rm thr}) = \int_0^{\lambda_{\rm thr}} p_{|\lambda|,\alpha}(r) dr \quad (15)$$

3.2　従来手法の検出信頼性

比較対象の従来手法として，以下に示す網羅的探索手法と DFT 係数絶対値を利用する手法の二つを考える．

¶すなわち $E[f_i] = \mu$，$E[|f_i - \mu|^2] = \sigma^2$

‖Appendix 参照

網羅的探索手法　同期の合う位相変位量を網羅的に探索し，最も大きな相関値に基づいて検出を行う手法を考える．まず，手順 (D3) の代わりに，位相変位の推測値 $\Delta\hat{\theta}$ を 0 から 2π まで変化させ，g'_i の位相を $\Delta\hat{\theta}$ だけ補正した値の実部，虚部からなる実数系列 $\boldsymbol{d} = \{d_i\}$ を求める．

$$d_i = \begin{cases} \Re[g'_i e^{-\jmath\Delta\hat{\theta}}] & (\text{for } 1 \le i \le L) \\ \Im[g'_{i-L} e^{-\jmath\Delta\hat{\theta}}] & (\text{for } L < i \le 2L) \end{cases} \quad (16)$$

$\Re[\cdot]$，$\Im[\cdot]$ はそれぞれ複素数の実部，虚部を得る演算子である．

$\boldsymbol{d}$ と $\boldsymbol{e} = \{e_i\} = \{\Re[\xi_1], \ldots, \Re[\xi_L], \Im[\xi_1], \ldots, \Im[\xi_L]\}$ の相関値が所定の閾値 $\rho_{\rm thr}$ 以上である場合に電子透かしが正しく検出できたものとみなす．

$$\rho = \frac{1}{2L} \sum_{i=1}^{2L} d_i e_i \quad (17)$$

式 (17) を変形すると

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2L} \sum_{i=1}^{L} \left(\Re\left[g'_i e^{-\jmath\Delta\hat{\theta}}\right] \Re[\xi_i] + \Im\left[g'_i e^{-\jmath\Delta\hat{\theta}}\right] \Im[\xi_i] \right) \\ &= \Re\left[\frac{e^{-\jmath\Delta\hat{\theta}}}{2L} \sum_{i=1}^{L} g'_i \xi_i^*\right] \\ &= \Re\left[e^{-\jmath\Delta\hat{\theta}} \lambda\right] \end{aligned} \quad (18)$$

と表せる．$\Delta\hat{\theta} = 0$ とすると，$\alpha = 0$ において $\rho \ge \rho_{\rm thr}$ となることは，図 4(a) で λ が原点から距離 $\rho_{\rm thr}$ 離れた直線の右側の領域（II）に存在することを意味する．$\Delta\hat{\theta}$ を変化させて探索することは，図 4 の直線を原点を中心に回転させて各々試行することに等しく，全ての試行の中で一回以上 $\rho \ge \rho_{\rm thr}$ となる確率 P_f は，試行回数が増えれば図 4(a) の半径 $\rho_{\rm thr}$ の円の外側の領域（I）の確率に近づく．これは $\rho_{\rm thr} = \lambda_{\rm thr}$ で提案手法における P_f の結果 (式 (14)) と等しい．

一方，$\alpha > 0$ において $\rho < \rho_{\rm thr}$ となることは，図 4(b) で λ が原点から距離 $\rho_{\rm thr}$ 離れた直線の左側の領域（IV）に存在することを意味し，全ての試行で $\rho < \rho_{\rm thr}$ となる確率 P_m は，試行回数が増えれば図 4(b) の半径 $\rho_{\rm thr}$ の円の内側の領域（III）の確率に近づく．これは提案手法における P_m の結果 (式 (15)) と等しい．従って，提案手法と網羅的探索手法の検出信頼性は等値である．

DFT 係数絶対値手法　$\{-1, 1\}$ を等確率でとる長さ L の擬似乱数列 $\{p_i\}$ を DFT 係数 f_i の絶対値を変更するように埋め込む手法を考える．すなわち，手順 (E4) の代わりに，

$$|g_i| = |f_i| + \beta p_i \quad (19)$$

を満たすように DFT 係数を変更し，手順 (D3) の代わりに，

$$\phi = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} |g'_i| p_i \quad (20)$$

の値を用いて透かし検出の判定を行う．

このとき ϕ は平均 β，分散 $(\sigma^2 + |\mu|^2)/L$ の正規分布に従い，

$$\begin{aligned} P_f(\phi_{\rm thr}) &= P(\phi \ge \phi_{\rm thr} | H_0) \\ &= \frac{1}{2} \mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{\mathrm{L}\phi_{\rm thr}^2}{2(\sigma^2 + |\mu|^2)}}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

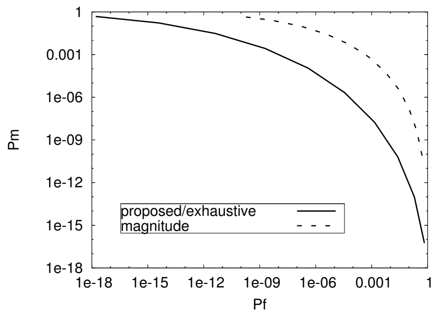


図 5: ROC 曲線による比較

$$\begin{aligned} P_m(\phi_{\mathrm{thr}}) &= P(\phi < \phi_{\mathrm{thr}}|H_1) \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{\mathrm{L}(\beta-\phi_{\mathrm{thr}})^2}{2(\sigma^2+|\mu|^2)}}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

と表される[5].

3.3 ROC 曲線の比較

式 (14), (15), (21), (22) で得られた結果から，各手法において閾値 $\lambda_{\mathrm{thr}}, \rho_{\mathrm{thr}}, \phi_{\mathrm{thr}}$ を変化させて P_f と P_m の関係をプロットした ROC 曲線を図 5 に示す．ここで，$\alpha = 0.1$, $\sigma = 1.0$, $|\mu| = 0$, $L = 2048$ とした．また，提案手法とフーリエ係数絶対値手法で透かし成分のエネルギーが等しくなるよう $\beta = \sqrt{2}\alpha$ とした．提案手法と網羅的探索手法では P_f, P_m が等しいため，ROC 曲線は同一となる．

図 5 では，グラフが左下に寄るほど，P_f, P_m が小さく電子透かし検出の信頼性が高いことを表す．提案手法の ROC 曲線（実線）は DFT 係数絶対値手法の ROC 曲線（点線）より左下側にあり，検出の信頼性がより高いことを示している．

一般に，スペクトル拡散を用いた電子透かし方式では，拡散系列長が長いほど検出の信頼性が高いことが知られている[5][6]．提案手法では DFT 係数の実部，虚部を独立に変更するため，DFT 係数絶対値手法と比較し 2 倍の長さの拡散系列長を用いることに相当し，時間シフトのないことを前提とすれば DFT 係数絶対値手法よりも検出信頼性が高い．図 5 の結果は，時間シフト耐性を持たせるために複素相関値の絶対値を用いてもなお，拡散系列長が長いことによる利点が維持されていることを示している．

4. おわりに

時間同期外しに耐性を持つ動画電子透かし手法を提案し，提案手法による電子透かし検出の信頼性が，理論的に従来手法を上回ることを確認した．提案手法では，DFT 係数の単一時間周波数の平面を用いて空間方向に拡散した複素数系列の相関値を用いて電子透かし検出を行う．ROC 曲線を用いた分析結果から，提案手法は網羅的探索手法と理論的に等価な信頼性を持ち，位相不変量である DFT 係数絶対値を利用した従来手法と比較して理論的に信頼性の高い検出が可能であることが示された．提案手法は探索によらないため高速な電子透かし検出が可能であり，提案手法を他の空間同期手法と組み合わせることで，同期外しに耐性のある高速な動画電子透かし方式が実現できる．

Appendix: λ の分布と $P_{|\lambda|}(|\lambda|)$ の導出

式 (10) より，$f_i = a_i + \jmath b_i, \xi_i = x_i + \jmath y_i$ とし，$|\xi_i|^2 = 2$ であることを用いれば，

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{2L}\sum_i^L (f_i + \alpha\xi_i)e^{\jmath\Delta\theta}\xi_i^* \\ &= \frac{e^{\jmath\Delta\theta}}{2L}\sum_i^L \left(f_i\xi_i^* + \alpha|\xi_i|^2\right) \\ &= \alpha e^{\jmath\Delta\theta} + \frac{e^{\jmath\Delta\theta}}{2L}\left(\sum_i^L A_i + \jmath\sum_i^L B_i\right) \end{aligned} \quad (23)$$

ただし，$A_i = a_i x_i + b_i y_i$, $B_i = b_i x_i - a_i y_i$ とおいた．

a_i, b_i, x_i, y_i が各々独立な確率変数とし，$\mu = E[f_i]$, $\sigma^2 = E[|f_i - \mu|^2]$ とすれば，A_i, B_i の平均，分散および共分散は，

$$E[A_i] = E[B_i] = 0 \quad (24)$$

$$V[A_i] = V[B_i] = \sigma^2 + |\mu|^2 \quad (25)$$

$$E[(A_i - 0)(B_i - 0)] = 0 \quad (26)$$

と求められる．ただし，μ_a, μ_b を各々a_i, b_i の平均値，σ_a^2, σ_b^2 を各々 a_i, b_i の分散としたとき $\mu = \mu_a + \jmath\mu_b$, $\sigma^2 = \sigma_a^2 + \sigma_b^2$ であり，x_i, y_i の平均は 0, 分散は 1 であることを用いた．

式 (24), (25) から，L が十分大きいとき，中心極限定理によって，$\frac{1}{2L}\sum_i^L A_i$ および $\frac{1}{2L}\sum_i^L B_i$ の分布は平均 0, 分散 $(\sigma^2+|\mu|^2)/(4L)$ の正規分布に近づく．また式 (26) から，$\frac{1}{2L}\sum_i^L A_i$, $\frac{1}{2L}\sum_i^L B_i$ の共分散も 0 となり，これらは独立な正規分布に従う．従って，L が十分大きいとき λ は平均 $\alpha e^{\jmath\Delta\theta}$, 分散 $\sigma'^2 = (\sigma^2 + |\mu|^2)/(4L)$ の複素ガウス分布に従う．

$$\lambda \sim \mathcal{N}_c(\alpha e^{\jmath\Delta\theta}, \sigma'^2) \quad (27)$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma'^2}e^{-\frac{(\lambda - \alpha e^{\jmath\Delta\theta})(\lambda^* - \alpha e^{-\jmath\Delta\theta})}{2\sigma'^2}} \quad (28)$$

$|\lambda|$ の確率密度関数 $P_{|\lambda|}(|\lambda|)$ は，これを半径 $|\lambda|$ の円周上で積分することで求められ，

$$P_{|\lambda|}(|\lambda|)$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma'^2}\int_0^{2\pi} e^{-\frac{(|\lambda|e^{\jmath\varphi} - \alpha e^{\jmath\Delta\theta})(|\lambda|e^{-\jmath\varphi} - \alpha e^{-\jmath\Delta\theta})}{2\sigma'^2}}|\lambda|d\varphi$$

$\varphi' = \varphi - \Delta\theta$ とおき，積分範囲が φ について 1 周期分であることに注意すれば，

$$\begin{aligned} &= \int_0^{2\pi}\frac{1}{2\pi\sigma'^2}e^{-\frac{(|\lambda|e^{\jmath\varphi'} - \alpha)(|\lambda|e^{-\jmath\varphi'} - \alpha)}{2\sigma'^2}}|\lambda|d\varphi' \\ &= \int_0^{2\pi}\frac{1}{2\pi\sigma'^2}e^{-\frac{|\lambda|^2 + \alpha^2 - 2\alpha|\lambda|\cos\varphi'}{2\sigma'^2}}|\lambda|d\varphi' \end{aligned} \quad (29)$$

参考文献

[1] E. T. Lin and E. J. Delp, “Temporal Synchronization in Video Watermarking,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 52, No. 10, pp. 3007–3022 (2004).

[2] F. Deguillaume, G. Csurka, J. O’Ruanaidh, and T. Pun, “Robust 3D DFT Video Watermarking,” *Proc. of the SPIE*, Vol. 3657, pp. 113–124 (1999).

[3] Y. Lee, H. Jung, and S. Lee, “Multi-bit Video Watermarking Based on 3D DFT Using Perceptual Models,” *IWDW2003*, LNCS2939, pp. 301–315 (2004).

[4] T. Nakamura, H. Ogawa, A. Tomioka, and Y. Takashima, “Improved Digital Watermark Robustness against Translation and/or Cropping of an Image Area,” *IEICE Trans. Fund.*, Vol. E83-A, No. 1, pp. 68–76 (2000).

[5] M. Barni and F. Bartolini, “Watermarking Systems Engineering: Enabling Digital Assets Security and Other Applications,” Marcel Dekker (2004).

[6] 山本奏, 中村高雄, 高嶋洋一, 片山淳, 北原亮, 宮武隆. “フレーム重畳型動画像電子透かしの検出性能評価に関する一考察”, *FIT2005*, J-029, pp. 243–244 (2005).