

田中覚* 柴田章博† 山本弘明*
小鶴尚亨* 清水直美‡ 佐々木節†

*福井大学工学部 †高エネルギー加速器研究機構 ‡島根大学総合理工学部

1 はじめに

陰関数曲面は、複雑形状のコンピュータ・グラフィックスにおいて有用である。陰関数曲面は、形状的にも位相幾何学的にも複雑・多様な曲面を、簡潔かつ正確に表現できるからである。最近、我々は、陰関数曲面上のサンプル点群を高速かつ一様に生成するための「確率過程的サンプリング法」を提唱した [1]。本論文では、この手法を拡張して、静止状態および運動状態にある陰関数曲面どうしの衝突部分の可視化や分析などに適用可能なものとし、また、幾つかの応用例を紹介する。

2 拡張された確率過程的サンプリング法

座標変数 $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_N)$ で張られる N 次元 Euclid 空間 \mathbf{R}^N の中で、 M 個の拘束条件

$$F^a(\mathbf{q}) = 0, \quad (a = 1, 2, \dots, M < N) \quad (1)$$

を満たす点の集合として定義される陰関数図形を考える。ここで、 $F^a(\mathbf{q})$ は \mathbf{q} のスカラー関数とする。 $N = 3, M = 1$ でこの陰関数図形は 3 次元陰関数曲面となる。また、 $N = 3, M = 2$ で、2 つの 3 次元陰関数曲面の衝突部分、すなわち交線となる。

式 (1) で定義される陰関数図形上に閉じ込められ

た確率過程を定義しよう。位置ベクトル \mathbf{q} の、時間変数 t に対する発展を記述するものとして、以下のような確率微分方程式を立て、その解として確率過程 $\mathbf{q}(t)$ を定義する：

$$dq_i(t) = dq_i^{(T)}(t) + dq_i^{(S)}(t) + dq_i^{(N)}(t). \quad (2)$$

右辺の各項は、それぞれ次式で与えられる。

$$dq_i^{(T)}(t) \equiv \sum_{j=1}^N P_{ij}(\mathbf{q}(t)) dw_j(t)$$

(接平面方向のランダム変位項),

$$dq_i^{(N)}(t) \equiv -K\alpha dt \sum_{a,b=1}^M \frac{\partial F^a}{\partial q_i} (D^{-1})^{ab} F^b$$

(拘束力項),

$$dq_i^{(S)}(t) \equiv -\alpha dt \sum_{a,b=1}^M \frac{\partial F^a}{\partial q_i} (D^{-1})^{ab} \text{Tr}(\partial^2 F^b P)$$

(確率過程的補正項)。

ここで、 P_{ij} は陰関数図形上への射影演算子、 $D^{ab} \equiv \nabla F^a \cdot \nabla F^b$ 、 α (拡散定数) と K (拘束力の強さ) は正の定数、 $dw_i(t)$ は平均ゼロかつ分散 $2\alpha dt$ のガウス型白色雑音である。「接平面方向のランダム変位項」により、 $\mathbf{q}(t)$ は陰関数図形の接平面 (または接線) 方向に時間発展する。また、「拘束力項」により、 $\mathbf{q}(t)$ は初期条件によらず陰関数図形上に閉じ込められる。「確率過程的補正項」は $F(\mathbf{q})$ の 2 階微分を含み、これにより曲率の効果が取り入れられ、確率密度分布の一様性が数学的に保証される。

我々の「拡張された確率過程的サンプリング法」は、確率微分方程式 (2) を数値的に解き、その解 (確率過程の軌跡) を集めて、陰関数図形上のサンプル点を生成するというものである。前述の確率密度分布の一様性は、サンプル点密度の一様性に

¹ Generalized stochastic sampling method and its application to investigate complicated implicit surfaces, Satoshi Tanaka*, Akihiro Shibata[†], Hiroaki Yamamoto*, Hisakiyo Kotsuru*, Naomi Takashimizu[‡], and Takashi Sasaki[†],

*Faculty of Engineering, Fukui University, †KEK, ‡Interdisciplinary Faculty of Science and Engineering, Shimane University

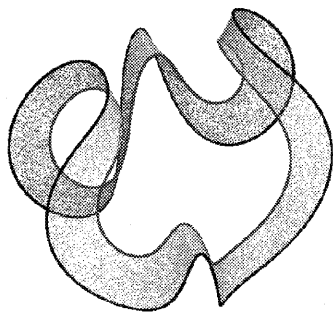


図 1: 開曲面の一部とその境界線の可視化例

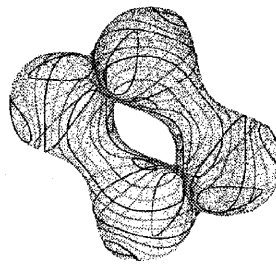


図 2: 曲線座標系に基づく等高線図の作成例

反映される。従来の確率過程的サンプリング法 [1] は、 $M = 1$ の特別な場合に相当する。

3 可視化と形状理解への応用例

3.1 開曲面の部分切り出し図と境界線の可視化

図 1 は、まず、開いた陰関数曲面 $q_3 - q_1^2 - q_1 q_2 + (1/2)(q_1 q_2)^2 + 1/4 = 0$ の一部 (2 つの同心球に挟まれた部分) を $N = 3$, $M = 1$ の従来の確率過程的サンプリング法に反射型境界壁を導入してサンプリング及び可視化し (陰影づけされた点), 次に、この曲面と境界壁たる 2 つの同心球との交線を、 $N = 3$, $M = 2$ の拡張された手法でサンプリングして、重ねて可視化したものである。

3.2 曲線座標系に基づく等高線図の作成と可視化

図 2 は、複雑な凹凸や穴のある陰関数曲面 $(9/2) \sin^2(q_1) + 9 \cos(q_2) \cos(q_3) + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 - 6 = 0$ と、少しずつ大きさや形を変化させた楕円面群との交線群を、 $N = 3$, $M = 2$ の拡張された手法でサンプリングして可視化し、いわば一般曲線座標系に基づく等高線図を作成したものである。

3.3 動く陰関数曲面どうしの衝突分析

図 3 は、2 つの互いに動く陰関数曲面どうしの衝突を、4 次元空間 $(q_1, q_2, q_3, q_4) = (X, Y, Z, T)$ での衝突と解釈し、 $N = 4$, $M = 2$ の手法を用いてサンプリングし、YZT 空間への射影図を作成した

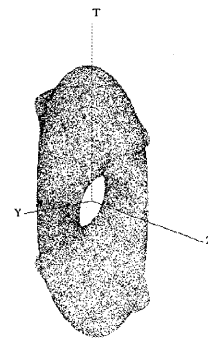


図 3: 4 次元サンプリングに基づく動的な陰関数曲面の衝突分析 (YZT 空間への投影図)

ものである。中央の穴を時間軸 T (紙面での上下方向) に沿って解釈すると、衝突部分が 1 つから 2 つ、そして再び 1 つに変化する様子を見てとれる。

4 おわりに

本論文では、陰関数曲面のための拡張された確率過程的サンプリング法を提唱した。今回の拡張で、確率過程的サンプリング法は、陰関数曲面の単なる可視化だけでなく、構造や衝突などのビジュアルな 3 次元的分析にも有効なものとなった。

参考文献

- [1] Tanaka S, Morisaki A, Nakata S, Fukuda Y, Yamamoto H. Sampling implicit surfaces based on stochastic differential equations with converging constraint. Computers & Graphics 2000; 24(3): 419-31.