# 上昇気流・ベナール対流に基づく雲のセルダイナミクスシミュレーション

7E－03

宮崎 玲† 土橋 宜典‡ 西田 友是†
†東京大学 ‡北海道大学

## 1．はじめに

雲、煙、炎、水などの自然現象のシミュレーションはCGにおいて重要な研究分野の一つである。とりわけ雲は景観画像の作成において重要な役割を果たす。本稿ではCML（Coupled Map Lattice）[1]を用いて様々な雲を生成する新しい手法を提案する。CMLは隣り合うセル同士を相互作用させることによって複雑現象をシュミレートするセルダイナミクスの手法の一種で、偏微分方程式の数値解法に比べ、計算時間が短く定性的シミュレーションに向いているのが特徴である。我々はCMLを用いて、上昇気流を基にした積雲・積乱雲（わた雲・入道雲）と、ベナール対流を基にした高積雲・巻積雲（ひつじ雲・いわし雲）などのセル・ロール状の雲[2]のモデリングを行う。

## 2．雲の生成シミュレーション

解析空間はNx×Ny×Nzのボクセルで表現し、各ボクセルは速度、水蒸気密度、雲密度、温度等の状態量を記憶する。シミュレーションでは１ステップ毎に各状態量を更新していく。まず雲のダイナミクスにCMLを利用する基本的考え方[3]を示し、次に二つのタイプの雲の生成について説明する。

### 2．1　雲の生成のためのCMLの式

雲のシミュレーションのために考慮しなければならない流体力学の特性は(a)粘性効果による速度の拡散、(b) 質量保存則を満たすために働く圧力の効果、(c) 流体の運動に伴っての状態量の輸送、である。(a) および (b) の効果による速度の更新は次式で表される。なお、簡単のため2次元でx成分の式のみを記す。

$$v_x^*(x,y) = v_x(x,y) + k_v \Delta v_x(x,y) + k_p \,\mathrm{grad}(\mathrm{div}\,\mathbf{v})_x, \qquad (1)$$

ここで$\mathbf{v}=(v_x,v_y)$は速度、$k_v$は粘性効果、$k_p$は圧力効果の定数である。＊は更新後を表す。またΔとgrad divの離散形は次式で表される。

$$\Delta v_x(x,y) \equiv \tfrac{1}{4}\big(v_x(x+1,y)+v_x(x-1,y)+v_x(x,y+1)+v_x(x,y-1) - 4v_x(x,y)\big) \qquad (2)$$

$$\begin{aligned}\mathrm{grad}\,(\mathrm{div}\,\mathbf{v})_x \equiv\ & \tfrac{1}{2}[v_x(x+1,y)+v_x(x-1,y)-2v_x(x,y)] \\ & + \tfrac{1}{4}[v_y(x+1,y+1)+v_y(x-1,y-1) \\ & - v_y(x+1,y-1)-v_y(x-1,y+1)]\end{aligned} \qquad (3)$$

速度以外の各状態量（水蒸気密度、雲密度、温度等）の拡散も考慮する。各状態量$A$の更新は次式で表される。

$$A^*(x,y) = A(x,y) + k_d \Delta A(x,y) \qquad (4)$$

ここで、$k_d$は拡散の定数で状態量の種類によって異なる。そして（c）状態量の輸送については、式（1）及び（4）で状態量を更新した後に、図１に示すように$(x+v_x, x+v_y)=(m+\delta x, n+\delta y)$　$(m,n \in Z \quad 0 \leqq \delta x, \delta y < 1)$へと輸送し、$(1-\delta x)(1-\delta y)$、$\delta x(1-\delta y)$、$(1-\delta x)\delta y$、$\delta x \delta y$ の割合で、その近傍の４つの格子点$(m,n)$、$(m+1,n)$、$(m,n+1)$、$(m+1,n+1)$に各状態量を分配する。

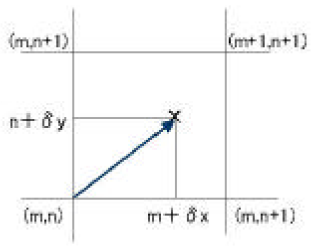



図 1　状態量の輸送

### 2．2　上昇気流による雲

積雲・積乱雲等の雲は強い上昇気流が原因で生じる。積雲がより発達し大きくなると積乱雲になる。シミュレーションでは、図２に示すように、ユーザーが解析空間下面に上昇気流源を配置し、同時に水蒸気源・温度源も配置する。水蒸気・温度が上昇し冷えてくると水蒸気が相転移をおこし雲へ変化する。また、気流の乱れによって雲のモクモク感が生じる。

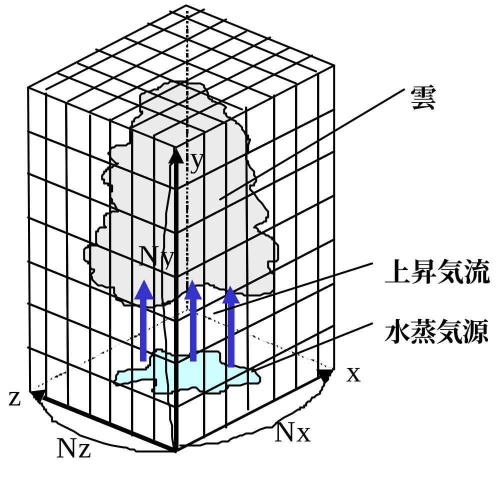



図 2　上昇気流シミュレーションの解析空間

---

Cell Dynamics Simulation for Clouds Based on Air Current and Bénard Convection

Ryo Miyazaki† Yoshinori Dobashi‡ Tomoyuki Nishita†
†The University of Tokyo
‡Hokkaido University

## 2．3　ベナール対流による雲

例えば容器などに入れた物体を底面で熱すると、底面近くでは膨張し密度が軽くなり上昇し、上部の熱せられていない密度の高い流体は下降し循環する。このような対流をベナール対流といい、形成されるセル状のパターンをベナール胞という。高積雲・巻積雲等の形態はベナール胞だと言われている。ベナール対流の浮力は温度差による影響が大きいため・、温度差による速度の更新の式も加える。

$$v_y^*(x,y)=v_y(x,y)+k_b(2E(x,y)-E(x+1,y) -E(x-1,y))/2 \quad (5)$$

上式により速度ベクトルの鉛直方向成分のみが更新される。図３で示すように解析空間の下面の温度を上面より高く固定しシミュレーションを実行すると次第にセル状のパターンが形成されてくる。温度差や式(1)、(4)および(5)の各定数の設定を変えることによりベナール胞の大きさや形を変化させられる。ある程度ベナール胞が形成されてきてからユーザーが指定した水蒸気分布内で、底面の速度が上昇している部分のみを水蒸気源とみなし、水蒸気を上昇させることで雲を生成する。

## 3．算結果およびまとめ

提案法による計算結果を図４に示す。ボクセル数は(a)積雲が 178×178×44、(b)積乱雲が 128×128×128、(c)高積雲が 256×256×8、(d)巻積雲が 256×256×４である。計算時間はボクセル数にほぼ比例する。例えば（a）は PentiumⅢ（1GHz）で１ステップ約４秒かかる。雲のレンダリングは文献[4]の方法を用いた。

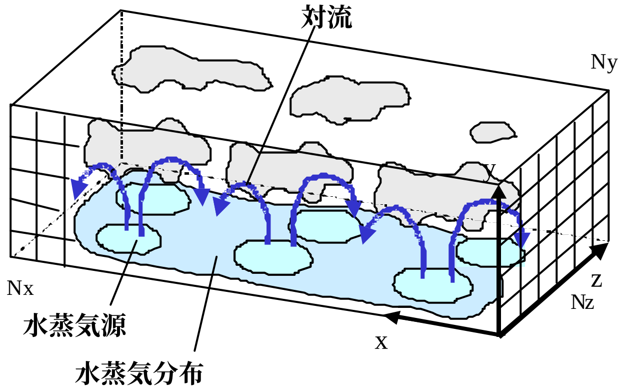



図　3　ベナール対流シミュレーションの解析空間

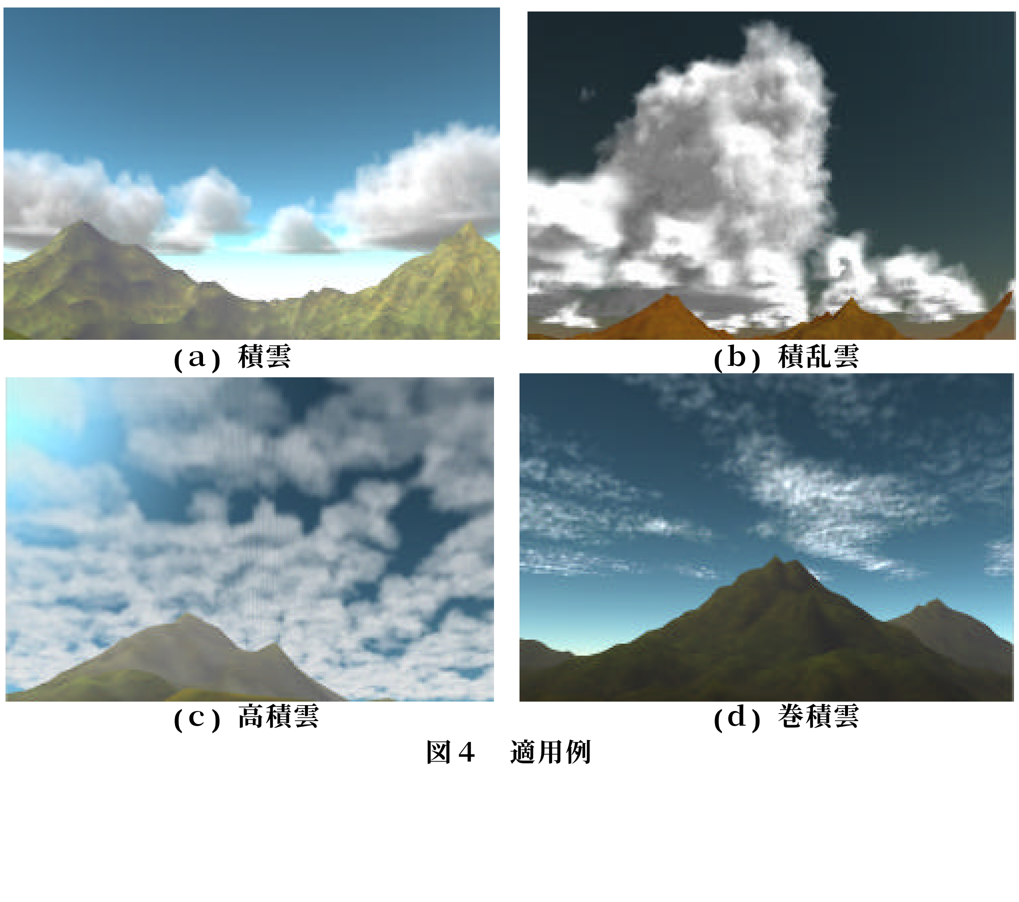
### 参考文献


[1] 金子邦彦・津田一郎、「複雑系のカオス的シナリオ」（朝倉書店　1996）

[2] R.A.Houze, *Cloud Dynamics, International Geophysics Series* Vol.53 (Academic Press, New York, 1993).

[3] T.Yanagita and K.Kaneko, *Rayleigh-Benard convection Patterns, chaos, spatiotemporal chaos and turblence* Physica (Amsterdam) 82D, 288(1995).

[4] Y.Dobashi, K. Kaneda, H. Yamashita, T. Okita, T. Nishita "A Simple, Efficient Method for Realistic Animation of Clouds," Proc. of SIGGRAPH'2000, 2000-7, pp.19-28

(a) 積雲　(b) 積乱雲　(c) 高積雲　(d) 巻積雲

図４　適用例